CENTRE DE GESTION
DE LA FONCTION PUBLIQUE TERRITORIALE DU RHÔNE

CONCOURS ou EXAMEN

donnant accès à l'emploi de :

à titre interne ☒ (1)
à titre externe ☐ (1)
au titre du troisième concours ☐ (1)

Spécialité Prévention et Gestion des risques
Épreuve de MATHEMATIQUES
Date de l'épreuve 12/06/2013

Colonne réservée à l'Administration
Numéro de correction: 29
Numéro d'anonymat:
Note attribuée (réservé au jury): 3,375/10
Visa du jury ou de la Commission de Surveillance
(1) Cocher la case correspondante

PROBLEME 1

1) a) produit matriciel MC

$$C\begin{pmatrix}10\\8\\14\end{pmatrix}$$

$$M\begin{pmatrix}3&4&2\\8&10&6\\12&16&10\end{pmatrix}\begin{pmatrix}90\\244\\388\end{pmatrix}=MC$$

1) b) La matrice C definit un chantier comportant
- 10 km d'ERT
- 8 km d'ERC
- 14 km d'ERB

La matrice M donne pour chaque type d'enrobé le coût brut (1e ligne), le temps de pose requis (2ieme ligne) et le prix auquel doit être facturé le chantier (3ieme ligne), à chaque fois pour 1 km d'enrobé

Par conséquent la matrice MC donne pour le chantier defini par la matrice C
- le coût brut total (1e coefficient) soit 900 000 €

[redacted]

- le temps total requis pour le chantier (2ieme coeff.)
soit 244 heures soit 30,5 jours
- le prix auquel doit être facturé le chantier (3ieme coeff.)
soit 3.880.000 €

2) a)

matrice $P \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & -1,5 & 0,5 \\ -2 & 0 & 0,5 \end{pmatrix}$

on admet que $PM = I \iff P = M^{-1}$
P est la matrice inverse de M

Soit X et Y deux matrices à 1 colonne et 3 lignes

Si $MX = Y$ alors $\underbrace{P \times M}_{=I} \times X = P \times Y$

soit $IX = PY \iff X = PY$

2) b) pour le chantier en question, on peut définir la matrice Y

soit $Y \begin{pmatrix} 1\,000 \\ 270 \\ 430 \end{pmatrix}$ ← coût du chantier 1 million d'euro
← durée du chantier 270 heures
← prix de facturation du chantier 4.300.000 €

Pour déterminer le nombre de km réalisés avec chaque type d'enrobage, il faut calculer la matrice X telle que

$X = PY$

$Y = \begin{pmatrix} 100 \\ 270 \\ 430 \end{pmatrix}$

$P : \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & -1,5 & 0,5 \\ -2 & 0 & 0,5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ 15 \end{pmatrix} = X$

Le chantier était donc composé de
- 10 km d'ERT
- 10 km d'ERC
- 15 km d'ERB

On doit ajouter 3 J/kg pour les pertes de charges

donc $W_{\text{total pomp}} = (78,5 + 3) = 81,5 \text{ J/kg}$

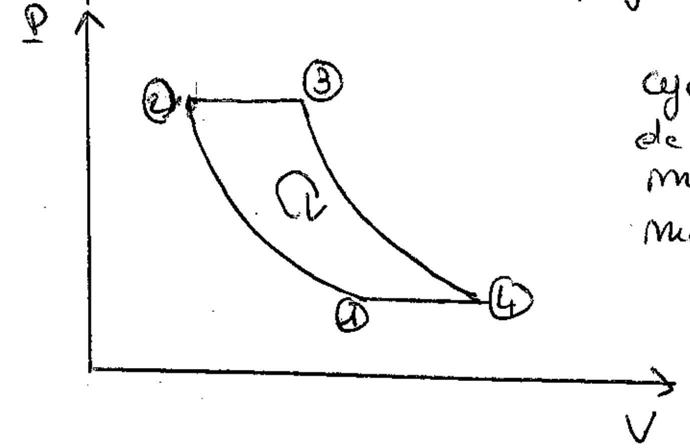
$P = W_{\text{total pomp/kg}} \times \text{Debit} = 81,5 \times 1,5$

$= 122,2 \text{ W}$

$\underline{P_{pomp} = 122,2 \text{ W}}$

TROISIEME PARTIE : THERMODYNAMIQUE

1.) Diagramme (P,V) de Clapeyron



cycle dans le sens des aiguilles d'une montre = cycle moteur.

2) entre les points ① et ② on a une compression adiabatique
- on assimile l'air à un gaz parfait
- on considère que le rapport $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ est constant

=> on peut appliquer la relation

$$P_1^{(1-\gamma)} T_1^{\gamma} = P_2^{(1-\gamma)} T_2^{\gamma}$$

$$\Leftrightarrow T_2^{\gamma} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{1-\gamma} \times T_1^{\gamma}$$

CENTRE DE GESTION
DE LA FONCTION PUBLIQUE TERRITORIALE DU RHÔNE

CONCOURS ou EXAMEN

donnant accès à l'emploi de :

INGENIEUR

à titre interne [X] (1)
à titre externe [ ] (1)
au titre du troisième concours [ ] (1)

Spécialité Prévention et Gestion des Risques
Épreuve de PHYSIQUE
Date de l'épreuve 12/06/2019

Colonne réservée à l'Administration

Numéro de correction
29

Numéro d'anonymat

Note attribuée (réservé au jury)
8,875/10

Visa du jury ou de la Commission de Surveillance

(1) Cocher la case correspondante

DEUXIEME PARTIE
JETS HYDRAULIQUES

1) calcul des 3 vitesses à la base des buses

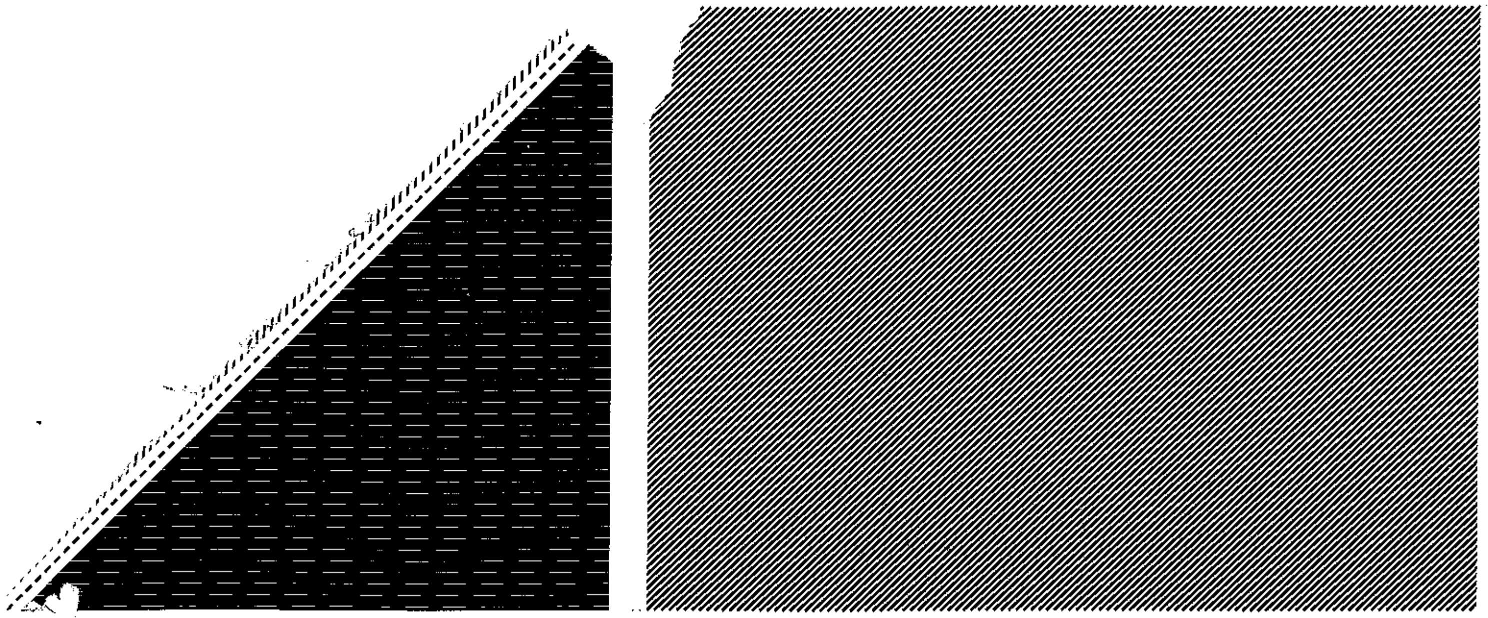
On néglige la résistance de l'air ⇔ l'énergie cinétique est entièrement transformée en énergie potentielle.

soit
$$\begin{cases} \frac{1}{2}\rho V_1^2 = \rho g h_1 \\ \frac{1}{2}\rho V_2^2 = \rho g h_2 \\ \frac{1}{2}\rho V_3^2 = \rho g h_3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} V_1 = \sqrt{2gh_1} = \sqrt{2 \times 9,81 \times 9} = 13,3 \text{ m/s} \\ V_2 = \sqrt{2gh_2} = \sqrt{2 \times 9,81 \times 5} = 9,9 \text{ m/s} \\ V_3 = \sqrt{2gh_3} = \sqrt{2 \times 9,81 \times 3} = 7,7 \text{ m/s} \end{cases}$$

2) Le débit volumique de la pompe s'obtient par la formule

$$Q_V = \frac{\text{Puissance electrique pompe}}{P}$$



$$\text{Puissance électrique fournie} = U_{eff} \times I_{eff} \times \cos\varphi \times \rho$$

$$= 400 \times 15 \times 0{,}85 \times 0{,}88$$

$$= 4488 \text{ W}$$

Soit $Q_V = \dfrac{P_{elec}}{P_a} = \dfrac{4488}{5 \times 1{,}013 \times 10^5} = 8{,}86 \times 10^{-3} \, m^3/s$

Soit $\underline{Q_V = 531{,}6 \text{ litres/mn}}$

3) $Q_V = \sum_{i=1}^{i=3} Q_{buses} = \sum_{i=1}^{i=3} (S_{buse} \times V_i) = S_{buse} \times \sum_{i=1}^{i=3} (V_i)$

$S_{buse} = \pi \dfrac{d^2}{4}$ avec d diamètre de chaque buse

Soit $Q_V = \pi \dfrac{d^2}{4} \times (V_1 + V_2 + V_3)$

$\Leftrightarrow d^2 = \dfrac{4 Q_V}{\pi (V_1 + V_2 + V_3)}$

$\Leftrightarrow d = \sqrt{\dfrac{4 Q_V}{\pi (V_1 + V_2 + V_3)}}$

$\Leftrightarrow d = \sqrt{\dfrac{4 \times 8{,}86 \times 10^{-3}}{\pi (13{,}3 + 9{,}9 + 7{,}7)}} = 0{,}02 \text{ m}$ $\quad \underline{d = 0{,}2 \text{ m}}$

4) débit de la pompe n°2 : $Q_e = 1{,}5 \, l/s$

- on considère que le fluide est incompressible
- le débit est constant $= 1{,}5 \, l/s$
- le diamètre est constant sur toute la longueur

=> conservation du débit volumique

=> la vitesse est constante sur toute la longueur

$$V_e = V_s = V$$

avec $Q_e = S_{canalisation} \times V$

$$= \pi \frac{D^2}{4} \times V$$

$\Leftrightarrow V = \dfrac{4 Q_e}{\pi D^2} = \dfrac{4 \times 1{,}5 \times 10^{-3}}{\pi \times (50 \times 10^{-3})^2}$

$\Leftrightarrow \underline{V = 0{,}76 \text{ m/s}}$

5) Puissance de la pompe nécessaire

- Sans tenir compte des pertes de charges, on peut appliquer l'équation de Bernoulli entre les points D et E pour calculer le travail qui doit être fourni par la pompe.
Pour 1 kg d'eau remontée ($m = 1$ kg)

$$\frac{m}{\rho} P_D + m g h_D + \frac{1}{2} m v_D^2 + W_P = \frac{m}{\rho} P_E + m g h_E + \frac{1}{2} m v_E^2$$

$$\begin{cases} P_D = P_E = P_{Atmosphérique} \\ v_D = v_E \end{cases}$$

=> $W_P = m g (h_E - h_D)$ sans tenir compte des pertes de charges

pour 1 kg d'eau $W_P = 9{,}81 \times (8) = 78{,}5 \text{ J/kg}$

Dans les deux cas la résistance thermique globale est identique

$$R = 1{,}71 \ m^2.K.W^{-1}$$

$$\text{coeff thermique} = 0{,}584 \ W/K/m^2$$

Pour calculer la température des différentes faces du mur on doit calculer le flux thermique

$$\varphi_{/m^2} = \text{coeff thermique } (T_{int} - T_{ext})$$

$$= 0{,}584\,(20+10)$$

$$= 17{,}52 \ W/m^2$$

Le flux thermique se conserve de l'intérieur vers l'extérieur

1^e cas isolation intérieure

$$\varphi = \ldots (T_{pièce} - T_{surface\ int\ mur}) \cancel{/} r_i$$

$$\Leftrightarrow T_{surface\ int\ mur} = -\varphi r_i + T_{pièce}$$

$$= -1{,}92 + 20$$

$$= 18{,}1\ °C$$

$$\varphi = (T_{surface\ ext\ mur} - T_{ext}) / r_e$$

$$\Leftrightarrow T_{surface\ ext\ mur} = T_{ext} + r_e\varphi$$

$$= -10° + 0{,}06 \times 17{,}52$$

$$T_{surface\ ext\ mur} = -8{,}95\ °C$$

②

$$\Leftrightarrow T_2^{\gamma} = \left(\frac{1{,}1}{2{,}3}\right)^{(1-1{,}35)} \times (297)^{1{,}35}$$

$$T_2^{\gamma} = 2820{,}6 \quad \Leftrightarrow \quad \underline{T_2 = 359{,}6 K}$$

2) au point 1 on connait P_1 et T_1, on assimile l'air à 1 gaz parfait

→ on peut calculer V_1 par la relation

$$P_1 V_1 = nRT_1$$

pour 1 mole d'air

$$V_1 = \frac{RT_1}{P_1} = \frac{8{,}32 \times 297}{1{,}1 \times 10^5}$$

$$\Leftrightarrow \underline{V_1 = 0{,}0225 \ m^3}$$

Entre 1 et 2 on a une compression adiabatique donc on peut utiliser l'expression

$$P_1 V_1^{\gamma} = P_2 V_2^{\gamma}$$

$$\Leftrightarrow V_2 = V_1 \times \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{1/\gamma}$$

$$= 0{,}0225 \times \left(\frac{1{,}1 \times 10^5}{2{,}3 \times 10^5}\right)^{\frac{1}{1{,}35}}$$

$$\Leftrightarrow \underline{V_2 = 0{,}0130 \ m^3} \text{ pour 1 mole d'air}$$

3) (suite) calcul de la température T_4

on passe de ③ à ④ par 1 détente adiabatique

$$\Leftrightarrow P_3^{(1-\gamma)} T_3^{\gamma} = P_4^{(1-\gamma)} T_4^{\gamma}$$

$$\Leftrightarrow T_4 = T_3 \left(\frac{P_3}{P_4}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

$\Leftrightarrow \quad T_4 = 342 \times \left(\frac{2,3\times10^5}{1,1\times10^5}\right)^{-\frac{0,35}{1,35}}$

$\Leftrightarrow \quad \underline{T_4 = 282,5\,K}$

4) Q_1 quantité de chaleur reçue de la source chaude entre les points 2 et 3

transformation isobare

$Q_1 = C_p(T_3 - T_2)$
$= 29,1 \times (342 - 360)$

$\underline{Q_1 = -523,8}$ J/(.mol)

$Q_1 < 0$ => il s'agit d'une quantité de chaleur fournie à la source chaude par le système

Q_2 quantité de chaleur reçue de la source froide entre les points 4 et 1 (transformation isobare)

$Q_2 = C_p(T_1 - T_4)$
$= 29,1\,(297 - 282,5)$

$\underline{Q_2 = 421,9\ J/(.mol)}$

$Q_2 > 0$ => il s'agit d'une quantité de chaleur fournie par la source froide au système

fonctionnement par cycle : $\Delta U = 0$

$\Delta U = Q_1 + Q_2 + W = 0$

$\Leftrightarrow W = -Q_1 - Q_2$
$= 523,8 - 421,9$
$= 101,9$ J / mol

on constate que $W > 0$: travail fourni au système

5) efficacité ε de la pompe

$\varepsilon = -\frac{Q_1}{W} = \frac{523,8}{101,9} = 5,14$

$\underline{\varepsilon = 5,14}$.

PREMIERE PARTIE : ISOLATION THERMIQUE

1) Calcul des températures et de l'isolation dans les deux cas

1er cas isolation intérieure

	air intérieur	plâtre	polystyrène	béton	lame air extérieur
λ W.m⁻¹.K⁻¹		0,7	0,036	1,4	
épaisseur		0,01	0,05	0,20	
conductivité $\frac{\lambda}{e}$ (/m²)		70	0,72	7	
$R = \frac{e}{\lambda}$	0,11	0,01	1,39	0,14	0,06

Résistance thermique totale

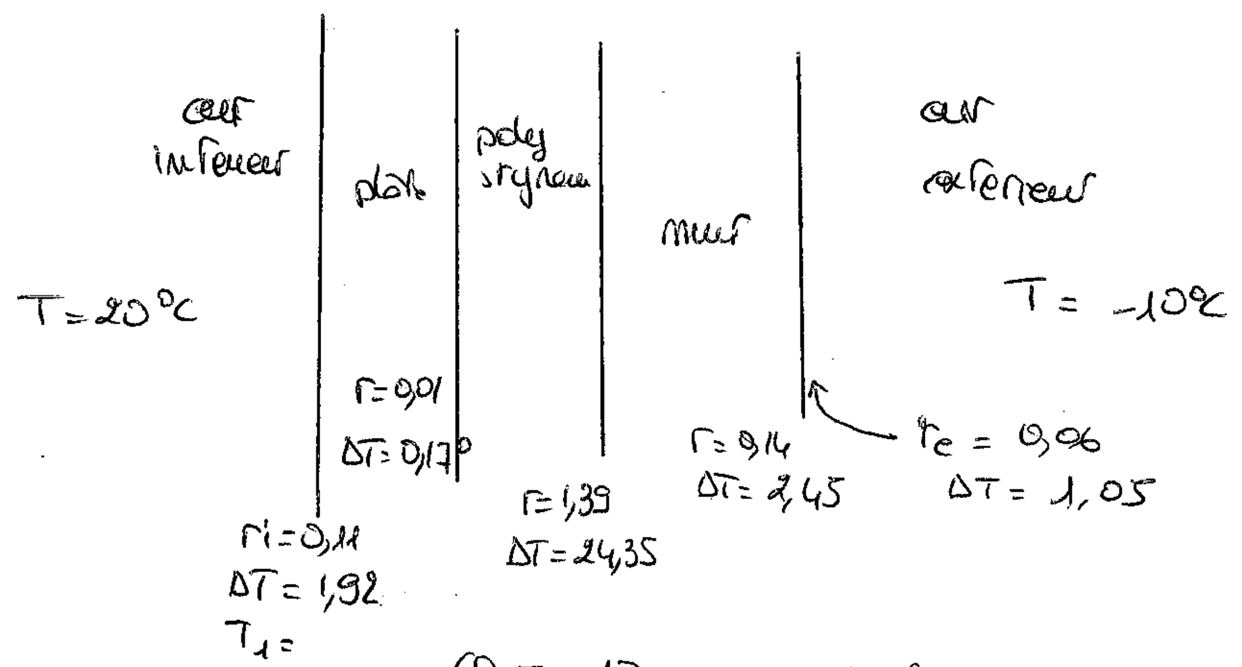
$R_1 = \Sigma R = 1,71\ m^2.K.W^{-1}$

2ième cas : isolation extérieure

	lame air int	béton	polystyrène	enduit ciment	lame air ext
λ		1,4	0,036	1,15	
e		0,20	0,05	0,015	
conductivité		7	0,72	76,7	
R	0,11	0,14	1,39	0,013	0,06

R_2 = Résistance thermique totale $= 1,71\ m^2.K.W^{-1}$

1er cas : isolation intérieure



$\varphi = 17{,}52\ W/m^2$

surface	interface mur intérieur	interface plâtre/polys	intérieur béton	mur ext	ext
T	18,08	17,91	-6,44	-8,89	-9,9

2ème cas isolation extérieure avec la même démarche

surface	mur intérieur (surface béton)	interface béton-polysty	interface polystyrène enduit	mur extérieur	ext
T	18,08	15,63	-8,72	-8,94	-9,99

3) Avec une isolation extérieure on n'a pas de risque de condensation sur la paroi béton qui reste à une température proche de celle de la pièce.
De même l'inertie thermique est meilleure dans la mesure où la construction est mieux protégée des aléas climatiques.

4) Déperditions thermiques

$= \varphi \times S$

avec $S_{façade} = (15 \times 35) - (\frac{1}{2} \times 5 \times 35)$

$= 525 - 87,5$

$= 437,5$

soit pour les 2 façades les deperditions thermiques sont egales à

$\varphi \times S_{total} = 17,52 \times 437,5 \times 2$

$= 15,33 \text{ kW}$

Pour la periode hivernale (1er décembre au 28 fevrier soit 90 jours)

energie perdue $= 15,33 \times 10^3 \times 90 \times 24 \times 3600$

$=$